

國立教育資料館 97 年度「教師專業發展評鑑教學影片委託製作計畫」


「教學觀察與回饋—高中實務篇」教學活動設計教案

教學領域	高中數學	課程	高中三年級數學課程
教學者	臺北市建國高中林穎志老師	觀察者	臺北市建國高中 曾政清老師
教學對象	高中三年級學生	學生人數	四十六人
課堂名稱	95 高中新課程選修數學(I) 第一章機率與統計 II 第一節條件機率 第二堂課 「條件機率在日常生活中的應用」	教材來源	95 高中新課程龍騰版 南一選修數學(I)課本 建中數學科學習資料 教育部數學學科中心 2008MTS 優良教案
教學目標	<p>本堂課以探討條件機率為主要重點：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 在認知方面：學生能瞭解何謂「機率」、「條件機率」，並能瞭解機率在數學上的發展及應用。 2. 在情意方面：學生能透過觀察生活中的現象並透過對條件機率的認識來解釋。 3. 在技能方面：學生能加以應用，算出所關心事件的機率並解決日常生活中的問題。 		
設計理念	<ol style="list-style-type: none"> 1. 機率是數學世界中最實用也最為有趣的知識體系。從古代人類文明開始，祈神卜卦、天象、甚至是「賭博」促使機率學術化而成為人們在努力對付各種不確定現象的一種重要工具，也因此使大家能夠更用理性的態度去面對。 2. 許多機率理論相當簡單只需用到四則運算作為工具，而且許多機率理論更可以從非常生活化的問題著手。 3. 由學生的生活經驗切入，將機率概念的發展與學生之前學習的舊經驗相結合，同時也連結了新的學習概念（條件機率）。 4. 藉由多媒體的輔助，引起學生學習數學的興趣，使學生能夠注意力，並且很快的掌握機率的核心內容。 5. 透過機率中簡單的例子：包括先後抽籤、數學史故事、及霍爾的猜獎遊戲引發學生的興趣。並採用觀察、討論、發表、問答、解說、探究等方式，建構學生的核心，以進一步探索條件機率的性質。 6. 在單元教學過程中，會用問答方式歸納這堂數學課的教材內容，以加深學生學習的印象，並進行個別評量，最後亦可藉由作業方式以深入了解每位學生學習的成效。 		

教材分析	<p>本節教學內容重點：從許多日常生活問題中探索機率與條件機率等問題。從古典機率的定義出發，藉由生活中的實例，以說明機率函數要滿足的基本條件。並證明機率函數的基本性質。</p> <p>例如主題探究：</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ 袋中有 5 個大小相同的球，其中紅球 3 個，白球 2 個，試問 <ol style="list-style-type: none"> (1) 從中任取一球，求取到紅球的機率？ (2) 取一球後不放回，再取一球，求兩球都是紅球的機率？ (3) 從中同時取出 2 球，求兩球都是紅球的機率？ ■ 甲乙丙三人依次抽一支，取後不放回 試問：甲乙丙三人中獎的機率是否相同？ ■ 霍爾猜獎遊戲中，三扇門後面其中一扇門後有汽車，另外兩扇門後則是山羊。如果當你選定一扇門後，主持人打開另一扇有山羊的門，並且問你換不換，請問你的選擇為何？ (此時 主持人知道哪扇門後有汽車) <p>延伸研究問題：</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 某一檢查方法對檢驗某一疾病有 90% 的準確率，也就是說，如果患有該疾病的人做檢查，那麼有 90% 的機會會呈現陽性反應；如果沒有該疾病的人做檢查，也有 90% 的機會會呈現陰性反應。假設已知全國人口中有 2% 的人得患有該疾病，如果有一人以此檢查方法的檢查結果為陽性，那麼他罹患該病的機率為何？
-------------	---

教學方法	<ul style="list-style-type: none"> ● 以教師講述為主，輔以問答法、啟發法及實作演練。
學生評量	<ul style="list-style-type: none"> ● 上課問答表現、回家延伸作業與獨立研究
教學資源	<ul style="list-style-type: none"> ● 視聽教具：投影機、筆記型電腦（投影片、Flash 動畫） ● 樂透下注單、上課講義、學習單 ● 參考來源：95 年高中數學新課程龍騰、南一版課本 ● http://www.hftc.edu.hk/~yyyuen/mathgames.html ● http://www.mathland.idv.tw/fun/changorno.htm

教學流程	教學活動	時間	備註
◆開場活動	<p>師:機率是數學世界中最實用也最為有趣的知識體系。從古代人類文明開始,祈神卜卦、抽籤(獎)、藉由算命、甚至是「賭博」促使機率學術化而成為人們在努力對付各種「不確定現象」的一種重要工具,也因此使大家能夠用更理性態度去面對一切。</p> <p>師:同學們在日常生活中有哪些時候會需要用到機率? 詢問同學並請同學回答。</p> <p>師:北銀『大小樂透』的例子,請同學回去思考計算哪種中頭獎機率較大?</p> <p>師:機率和我們的日常生活中習習相關,那麼機率學術到底是如何起源的?</p> <p>■ 17世紀法國一位貴族賭徒米爾請數學家巴斯卡與費瑪幫忙計算公平賭注,在書信一來一往中開始奠基機率的學術發展。 問題一:擲一個骰子4次,至少有一次出現1點的機率? 問題二:擲一對骰子24次,至少有一次出現1對1點的機率?</p>	1分鐘 2分鐘 2分鐘	投影片 口頭問答 投影片
◆複習活動	<p>機率的定義</p> <p>S為有n個樣本點的樣本空間,每個基本事件出現的機會均等,若A為一事件,則事件A發生的機率為A之元素個數n(A)與S的元素個數n(S)之比,數學式表示為$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$。</p> <p>師:接下來我們要複習條件機率。</p> <p>條件機率的定義</p> <p>設A、B為樣本空間S中的兩事件,且B非空事件(即$P(B) > 0$),設在B發生的情況下,事件A的條件機率,以$P(A B)$表示,其中$P(A B)$讀作“在B事件發生的條件下,A事件發生的機率”,且</p> $P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}。$	1分鐘 1分鐘	投影片 投影片
◆隨堂演練	<p>全體同學隨堂演練:</p> <p>袋中有5個大小相同的球,其中紅球3個,白球2個,試問</p> <p>(1)從中任取一球,求取到紅球的機率?</p> <p>(2)取一球後不放回,再取一球,求兩球都是紅球的機率?</p> <p>(3)從中同時取出2球,求兩球都是紅球的機率?</p> <p>老師請同學回答。並針對回答給予鼓勵、回饋及講解。</p>	5分鐘	隨堂演練
◆證明活動	<p>師:接下來要證明一件很重要的事。</p> <p>■ 設一袋中有n支籤其中有r支有獎,每支籤被抽中的機會均等。如果甲乙丙三人依次抽一支,取後不放回;試證明甲乙丙三人中獎的機率相同。並探討取後放回的情形。</p>	15分鐘	

	<p>證明:證明:運用樹狀圖分析</p> $P(\text{甲}) = \frac{r}{n}$ $P(\text{乙}) = P(\text{甲} \cap \text{乙}) + P(\text{甲}' \cap \text{乙}) = \frac{r}{n} \cdot \frac{r-1}{n-1} + \frac{n-r}{n} \cdot \frac{r}{n-1}$ $= \frac{r}{n} \cdot \left(\frac{r-1}{n-1} + \frac{n-r}{n-1} \right) = \frac{r}{n}$ <p>此時老師請同學們根據黑板上的樹狀圖，推導丙（第三個抽獎人）的中獎機率。</p> $P(\text{丙}) = P(\text{甲} \cap \text{乙} \cap \text{丙}) + P(\text{甲} \cap \text{乙}' \cap \text{丙}) + P(\text{甲}' \cap \text{乙} \cap \text{丙}) + P(\text{甲}' \cap \text{乙}' \cap \text{丙})$ $= \frac{r}{n} \cdot \frac{r-1}{n-1} \cdot \frac{r-2}{n-2} + \frac{r}{n} \cdot \frac{r-1}{n-1} \cdot \frac{n-r}{n-2} + \frac{n-r}{n} \cdot \frac{r}{n-1} \cdot \frac{r-1}{n-2} + \frac{n-r}{n} \cdot \frac{r}{n-1} \cdot \frac{n-r-1}{n-2}$ $= \frac{r}{n} \cdot \frac{r-1}{n-1} \cdot \left(\frac{r-2}{n-2} + \frac{n-r}{n-2} \right) + \frac{n-r}{n} \cdot \frac{r}{n-1} \cdot \left(\frac{r-1}{n-2} + \frac{n-r-1}{n-2} \right)$ $= \frac{r}{n} \cdot \frac{r-1}{n-1} + \frac{n-r}{n} \cdot \frac{r}{n-1} = \frac{r}{n} \cdot \left(\frac{r-1}{n-1} + \frac{n-r}{n-1} \right) = \frac{r}{n}$ <p>故可得知甲乙丙三人抽中的機率相等（均為 $\frac{r}{n}$）</p> <p>推論每人抽中獎籤的機率均相等（皆為 $\frac{r}{n}$）</p> <p>師:大家可以放心，抽籤的公平性是有其學理依據的。</p> <p>師:機率是數學世界中最實用也最為有趣的知識體系，像<u>拉普拉斯</u>這位數學家就對機率理論很有貢獻，我們花一些時間來介紹一下這位數學家的生平。</p> <p>■ <u>拉普拉斯</u>(Laplace, Pierre-Simon, 1749~1827)</p> <p>■ <u>法國</u>數學家和天文學家，是天體力學的主要奠基人，也是應用數學的先驅。代表性的著作有《天體力學》、《宇宙體系論》和《機率分析理論》，被譽為<u>法國</u>的<u>牛頓</u>和天體力學之父。</p>  <p>師:現在我們要進行一個探究活動:</p> <p>著名電視節目上有一個霍爾的猜獎遊戲:遊戲規則如下 電視猜獎遊戲中，三扇門後面其中一扇門後有汽車，另外兩扇門後則是山羊。如果當你選定一扇門後，主持人打開另一扇有山羊的門，並且問你換不換門？（老師此時知道哪扇門後有汽車） 請問同學你的選擇為何才能提高抽中汽車的機率？ （以道具示範和學生玩一次霍爾的猜獎遊戲）</p>	<p>板書</p> <p>同學自行演練</p> <p>3分鐘</p> <p>12分鐘</p> <p>投影片</p> <p>道具</p>
--	--	---

◆數學家小故事

◆探究活動

師：歸納得到結論。

換門得到汽車的機率為： $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

不換門得到汽車的機率為： $\frac{1}{3}$

情節		門				
		1	2	3	主持人展示了這座門後的山羊	這種情節發生的機率
1a						$\frac{1}{6}$
1b						$\frac{1}{6}$
2						$\frac{1}{3}$
3						$\frac{1}{3}$

◆延伸研究



延伸研究問題：

某一檢查方法對檢驗某一疾病有 90%的準確率，也就是說，如果患有該疾病的人做檢查，那麼有 90%的機會會呈現陽性反應；如果沒有該疾病的人做檢查，也有 90%的機會會呈現陰性反應。假設已知全國人口中有 2%的人得患有該疾病，如果有一人以此檢查方法的檢查結果為陽性，那麼他罹患該病的機率為何？

老師請全班同學進行演練 3 分鐘後，利用樹狀圖在黑板上進行問題的說明及講解。

◆總結活動

最後老師藉由問答方式帶領同學進行本堂課的總結活動。

課程結束。

投影片

6 分鐘

投影片

2 分鐘