

魔數小子 e 起來

團隊名稱：高雄市博愛國小樂活數學 HAPPY GO 團隊

壹、方案發展的動機與目的

一、緣起

「十九世紀最偉大的代數幾何學家-埃爾米特，數學是他一生的至愛，數學考試是他一生的惡夢。

在台灣，大家一致認同：數學是重要的學科，但大多數的人卻希望離開學校後一輩子不要再碰數學。」

學好數學，要先喜歡數學

這個現象你我一定不陌生：孩子在低年級的時候，數學課有許多的花片、積木、圖卡讓孩子點數、分類、比較，從活動中覺察數學概念的存在；進入中年級，老師飛快的將數學進度趕完，以便有時間徹底複習，反覆練習是學好數學的不二法門；高年級的數學課堂上，只見粉筆快速的在黑板解題，數學算則及公式一條條纏繞住學生的腦袋，數學練習卷傾巢而出，漫天飛舞；國中生沉甸甸的書包裡，數學考試卷張數之多，不禁懷疑何時學好數學的不二法門叫做「考試」。我們發現：一年復一年，班上孩子的平均身高越來越高，數學平均成績卻越來越低。

一群焦急的老師們，不斷的思索著：如何讓學數學的痛，轉化成思考與觀察世界的心智活動？於是，我們觀察孩子們在玩電腦遊戲時，為什麼可以持續個大半天，即使面對遊戲一次又一次的失敗，孩子依舊沉迷其中？原來是孩子對於電腦遊戲有興趣，才會即使遇上挫折，也不想放棄。

找到了！我們找到學好數學的方法了！原來讓孩子對數學產生濃厚的學習興趣，對數學的學習有主動積極的態度，對數學的解題能力有把握的自信，這種熱度越能持續，越有助於他在每個階段對數學的學習。

教師能營造一堂充滿學習樂趣、驚奇、實用的數學課，讓孩子不再畏懼數學，在喜歡數學的情境下充分開發他的學習潛能，進而提升數學能力，就是我們的任務。



喜歡數學，從動手操作開始

如果問孩子為什麼喜歡自然課？他一定會回答你：因為可以做實驗。喜歡探索是孩子的天性，在《數學的發現趣談》一書中提到：「求解一個問題若是自己獨立的想出來，即使答案在文獻上早已存在，這仍然算是重新發現，對於個人是非常珍貴的經驗。」。目前由於資訊發達，許多好的問題，孩子都太早就讀到答案，而平白喪失自己追尋的機會。讀得的答案，跟自己想出來的答案，不一樣就是不一樣！

因此，博愛國小樂活數學 HAPPY GO 團隊就是秉持「Learning by Doing」的教育理念，主張數學能透過遊戲化、實物操作化，讓孩子從「做中學」的經驗中，探索數學的樂趣與內涵。

e化樂活了數學的教與學

然而隨著資訊科技發達、網際網路的無遠弗屆，數位化教材與多媒體資源的出現，讓孩子的學習不再侷限於學校教室中，而變得隨時隨處皆可學習。身處於科技時代的教師，若能善加應用數位化科技融入教學，更能使教學添加多元性、豐富性、效率性，亦可以達到所謂適性、適量及適才的教學。

樂活數學 HAPPY GO 團隊知曉教材 e 化後能帶給孩子個別化與適性化的功能，於是善用電腦與網路的特性，在數學遊戲探索過程中展現教師資訊專長與課程設計，依學習需要適時佐以科技融入產出 e 化教材，來提升孩子的學習興趣，活潑了教學方式來改善傳統教師傳授模式，讓師生更有效率的進行探索學習，孩子們習得了統整的知識與帶得走的能力，進而達成九年一貫的教學目標；教師也能從「做中學」的教學模式中，享受樂活的數學教學。

學生體驗數學家的發現數學原理的歷程，在遊戲中不斷的嘗試，從無意義的操作進展到有目的的推理，讓蘊含的數學內涵逐步浮現，並能由簡而繁的建構數學概念，「魔數小子 e 起來」方案乃應運而生。

二、數學「教與學」的新思維

樂活數學 HAPPY GO 團隊決定透過數學生活化、趣味化、專題式的學習，以突破孩子舊有的學習習慣，引導學生觀察、探索、推理、發表、討論、合作；教師將「做中學」的專題導向課程帶入數學課堂中，應用數位化科技，支援數學課堂中數學探究的輸入與產出，創造數學「教與學」的新思維。所以本團隊依據上述理念架構出方案發展目的如下：

（一）建立對數學探究的習慣

數學是充滿邏輯的學習領域，在問題情境中覺察到規律樣式，進而轉化成數

學語言，建構數學概念，運用數學知識加以解決問題，形成數學能力。樂活數學 HAPPY GO 團隊讓學生實際參與數學概念的探究，在解題的過程中與別人溝通討論作法、解決策略和探究結果，在歷程中學會了批判論證、分析問題、歸納結論的能力，最後能建構習性知曉數學的學習就是不斷的探究。

（二）培養對數學學習的熱度

孩子是學習的主體，唯有讓孩子主動積極投入課程，才能建構自己的知識系統。樂活數學 HAPPY GO 團隊利用趣味遊戲、挑戰遊戲的方式，給予孩子對數學的正面情緒與感覺，鼓勵孩子樂於參與、堅持到底的意願，提升孩子正向態度及自信心；強化數學的趣味性、生活的連結性，讓學習變得更有意義，提高孩子的成就感，進而培養對數學學習的熱度，成為終身學習數學的實踐者。

（三）開發「做中學」的專題導向課程

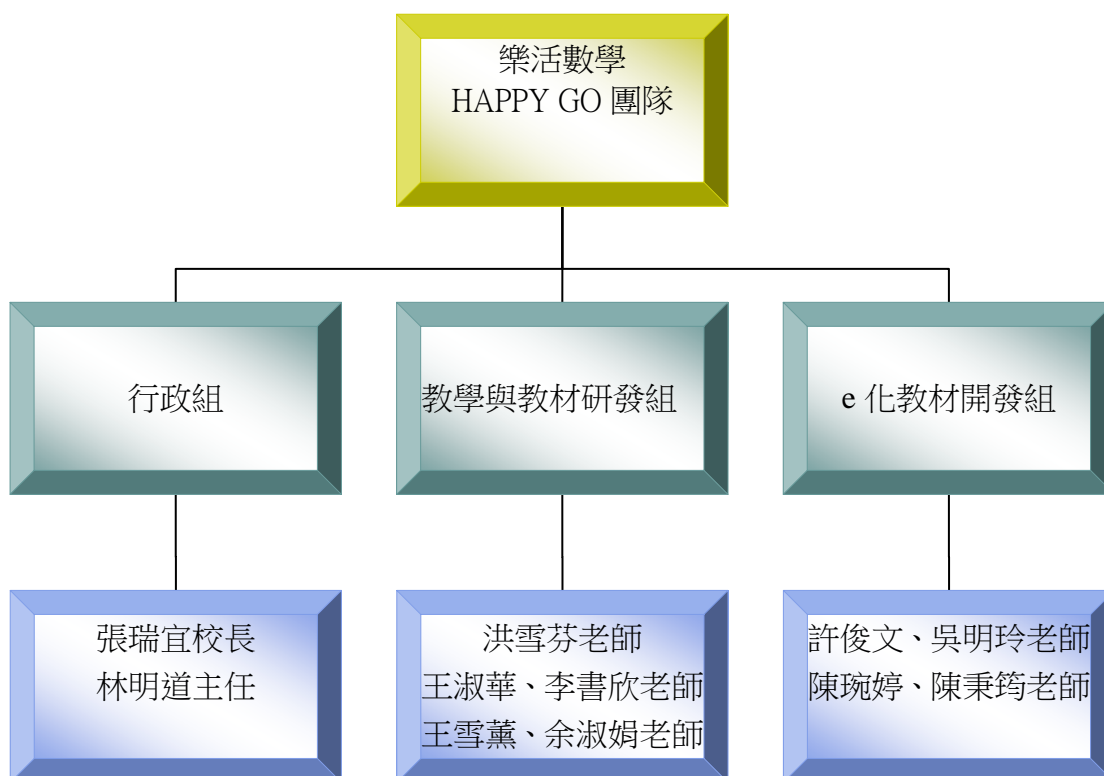
數學不僅是要求計算能力，重要的是培養孩子學會數學思考和推理的能力，鼓勵進行邏輯推理並驗證評價自己的想法才是學習數學的目的。如何讓數學的學習貼近孩子的生活，落實以生活經驗中心的教學？如何透過活動化、活潑化、生活化與實用化的教學方式，培養孩子喜歡數學、樂於進行數學式思考及解決生活經驗中的問題？樂活數學 HAPPY GO 團隊開發「做中學」的專題導向課程，結合數學遊戲及數位教材，提供老師從「數學講授教學」蛻殼轉變為「數學探究教學」的模式與素材，以利營造歡樂、溫馨的學習情境，秉持尊重個別想法、互動討論與適性發展的民主教學，強調體驗學習、實作練習和生活問題的解決，讓孩子透過探究的歷程發現生活中處處有數學，親師生之間共同享受數學探究的樂趣。

貳、專業的團隊陣容

樂活數學 HAPPY GO 團隊是一群自發性組成的教師教學團隊，基於大家對數學研究有著共同的喜好，甚而主動的利用假日、課餘或空堂時間進行教學討論與腦力激盪，他們自稱已「戀上數學、許身給數學」。大家見面常分享的一句話是：「我在數學課又有了創新教法，還挺有學習效率的嘍，那就是……。」臉上堆滿的是教學自信的笑容，心情透露的是學生學習有效的愉悅。這群老師不僅要學生學得快樂、學得有自信，他們也希望自己更是一位快樂的數學老師，積極要營造的是快樂而有效學習的班級氛圍。

團隊在校長對九年一貫課程的大力推動及教務主任對教師創新教學的鼎力支持下，不斷的釋放教學能量，在數學科的教學中，透過生動活潑的創意遊戲教與學的活動，來提升校內學生的學習興趣與學業成就。

本團隊組織與工作職掌分配如下：



樂活數學 HAPPY GO 團隊人力規劃組織圖

一、有效支援的行政組

當教學團隊在課程運作提出合理需求時，校長張瑞宜都鼎力支持。她認為教師教學理當融入創意教法，方法革新更能激勵教師在教學的研究與個人專業的成長，可以帶動全校教師走向教師專業發展社群；配合學校創新未來發展，以 e 化功能融入教材，不僅是因應時代資訊發展，也是適性化學習的有效開發，對博愛國小的孩子學習是一種幸福。



教學團隊需要一間專用的數學遊戲教室，不僅能做數學教具的有效管理，還可以將所有的數學資源集中放置，以方便全體教師教學使用。教務主任林明道幫忙團隊將學校閒置教室空間再利用，他與校長努力籌措經費，教學團隊不用為錢愁苦，可以專心在課程設計，博愛國小數學創意教室誕生了，還增置電子白板、充實專業數學圖書、增購學生學習教具，博愛國小孩子可以大聲的說：「我們有別所學校沒有的數學學習創意教室，我們是一群幸福又快樂學習的孩子！」

二、同儕教練模式的教學與教材研發組

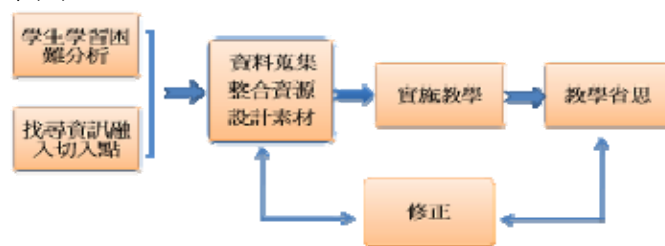
資歷最深並兼任高雄市國教輔導團數學輔導員之洪雪芬老師擔任同儕教練一職，引導團隊老中青成員探索數學專業知識，以閱讀與討論、示範教學、教室觀察等方式，彼此學習新的教學模式並改進既有的教學策略，以提昇學生學習成效，進而促進教師專業成長。團隊成員將習得的知識與技能再到各學年與課程發展委員會分享教學經驗與學習心得，共同提昇全校教師數學教學專業知識與技能，創造優質教育水準。

李書欣老師參與這個團隊的成長感受最多，她表示：「我的資歷年輕、教學經驗不足，但是加入這個團隊以後，從前輩身上看到她們教學的熱忱，是我應該持有的態度；對於啟發孩子的潛力不斷去試探、修正教學方法，是我應該仿效的；對於專業知識不停的進修與分享給後輩，是我增加個人學術專業知能的推進力，我以身為這個團隊成員感到榮幸。」

組織成員共同提升專業知能後，團隊腦力激盪如何在九年一貫課程裡加入創意點子來活化課程、提升教學效能，又要如何讓學生學得快樂、學得有自信，所以雪芬老師帶領團隊熟讀能力指標，瞭解數學能力的發展脈絡，進而決定從創意遊戲學數學開始著手，探索數學教具的各種玩法，再從遊戲中導入數學表徵概念，藉由討論互動中推理與歸納出數學的規律與原則。每一個數學活動再透過團員王淑華、李書欣、王雪薰、余淑娟等四位老師在班級實驗後，五位教師再次聚會重新討論、修正、改善與再實驗的歷程，而產出方案的數學創意推理活動設計教材。

三、有求必應的 e 化教材開發組

樂活數學 HAPPY GO 團隊針對學生學習為中心、適性化學習為課程目標，透過成員在教學現場發現學生學習之困難點，找出其原因並蒐集適當的教材或資源，擬定解決策略提出意見與需求」給 e 化教材開發組，再由「國寶級」成員許俊文老師展現其資訊高手之才華設計成數位化教材，吳明玲、陳婉婷、陳秉筠老師檢視其是否符合教學內容、個別化練習為依歸，提出修正與建議，再請俊文老師根據「過關挑戰」數學活動設計成由簡入深的數位教材，讓研發組五位成員在教學現場使用，所以成功營造出今日博愛國小「數學園地」數位教材。其 e 化教材開發流程如下圖：



樂活數學 HAPPY GO 團隊 e 化教材開發流程圖

和許俊文老師合作最久的余淑娟老師表示：「博愛國小能把數位化教材開發得這麼豐富、這麼多元，那是因為我們擁有一位創意無限、技能超越的許俊文老師，只要我有所求，他必能迅速的將課程內容簡化而製作出數位輔助教材，解決我教學實務的困境，也讓多數學生挑戰不同關卡的數位教材，由簡入深的體驗數學的樂趣，讓孩子感受到原來數學課程一點也不難。」

叁、築夢踏實的光輝歲月

2009年博愛國小歡度三十六周年校慶，遠眺盡是一片色彩艷麗的帽海，原來是一千三百多位學生與老師們頭上戴著自己手繪彩帽織成的美景。那是老師們教導學童先在圖畫紙上彩繪個人喜愛的圖案，再利用數學平行線原理切割折成的「神奇帽」，每位學生得意的展示他獨一無二的作品，臉上洋溢著成就滿足的笑容。



數學不再是無聊的公式與獨特的運算符號，它與我們的關係是那麼的貼切，原來生活中處處有數學。將數學帶入生活中，連結數學概念而成為有意義的學習，是樂活數學 HAPPY GO 團隊努力開展研究的理念，「神奇帽」的展示正是建構孩子對數學學習的熱度培養的成果。

原來是從個別班級出發的數學課程研究，如今擴展到全體師生共享數學資源與成果，從點（班級）的出發到線（學年）的活動，直到今日面（全校）的推動是樂活數學 HAPPY GO 團隊這幾年來辛苦經營的成果，能讓全體師生共同體驗「做中學」的數學樂趣，團隊成員可以大聲的說：「我們的辛苦沒有白費了，我們的願景實現了！」

能讓博愛國小的孩子都體驗到樂活數學 HAPPY GO 團隊產出的課程，激勵開發孩子的無限可能，分析其成功的原因如下：

一、 成立專業團隊、架構團隊目標

在教學團隊成立之初，積極增強教師的專業發展，為了進行專業對話，常常主動性的犧牲午休時間，打破傳統教師「封閉性的班級王國」刻板印象。為了解決數學科教學在縱向連結的困難，鼓勵積極的溝通互動，分析各版本教材的優、缺、得、失、銜接教材與學生需要加強的數學能力上，做充分的討論分享。雪薰老師常說道：「高年級的課程繁忙，學生易於衝動，我既要忙著教學又要安撫學生情緒，還得分出午餐午休時間來開團隊會議，忙得我不能好好的用餐休息，也搞得我放學後必須改那堆積如山的作業簿。但是我倒覺得在忙碌當中找到團體的

歸屬感，找到團隊的凝聚力，找到自己真正的知識成長方法。」當團隊教師對課程討論越多，建立了更多的信任，有助於架構出團隊研究的目標，更有利於協同教學與任務分工的實施。

這段時間是團隊成員個人專業知能的增強期，也是九年一貫課程開始實施之際，團隊成員如肩負使命幫忙推動教育改革，從 2001 年到 2004 年成員陸續參與高雄市的各項研習活動，包含了「九年一貫數學領域的教與學--國小篇」、「活化數學教學」、「生活數學與趣味數學」、「數學教材教法探討--分數篇」、「最 Smart 的評量方式--數學多元評量」、「國小三四年級數學新舊課程銜接與創新教學」、「資訊融入數學複式評量」、「數學銜接補強 e 點靈」、「穿越時空愛上你一數學」，奠定了團隊推動九年一貫課程的能量，也創新突破了團隊在數學「教與學」認知的舊思維。

二、設置校園數學學習步道，營造學習情境

團隊重新規畫校園景觀，努力營造「生活中處處有數學」的氛圍，親師生一起體驗「散步玩數學－工博館數學步道」、「數學步道--高雄景觀 e 線牽」，請學校行政幫忙建置了校園學學習步道，讓家長與學生在校園穿梭中體驗數學的新奇與玩趣，激發對數學的探究潛能與學習數學的動機維持，我們常在數學課中聽到學生驚喜的叫著：「老師，這個數學圖形我在校園的○○地方曾見過。」此刻，我們知道我們的用心布置數學情境已達到潛移默化的效果。

三、開發數位化教材，進行推廣教學

教學團隊成員依據九年一貫課程數學領域能力指標作為研發數位教材與課程設計依據，依照學習階段的不同與教科書之搭配，運用 ICT 融入數學開發數位化教材，並建置在博愛國小學校網頁，以配合教師教學使用。六年來團隊 e 化教材開發組所開發數位教材已不勝其數，全部建置在學校網頁/學生專區/數學園地，內容擷取自網頁，如下圖：



為了將數位化教材的學習效益推廣至全校師生，團隊在 2008~2009 年開設了星期六網路數位學習假日班課程，提供中高年級學生選課學習，我們陸續開了數學金頭腦中年級、數學金頭腦高年級、區域資優教育夏令營（四升五年級）、區域資優教育夏令營（五升六年級）。學生已跨越班級、選修不同教師的課程，突破學習就在自己教室的「空間限制」。

依教學環境的不同，樂活數學 HAPPY GO 團隊研擬出兩種網路課程上課型態：

（一）在普通教室利用資訊設備進行教學

針對學生學習數學之困難點，研發或蒐集網路上適當之數位教材來與課程內容作結合，透過「布題—解題—討論辯證」的歷程，引導學生做深入的學習並澄清學生之迷思概念，教學流程如下圖。

（二）利用電腦教室網路平台引導學生進行學習

整合網路上適當之數位教材，安排系列課程，引導學生在線上教室進行數學學習，透過線上評量、同儕討論的開放環境，讓學生相互分享新穎的思維結果並搭配多媒體學習設計，讓學生在網路學習環境中，能夠自由地運用聲音、圖畫、文字或電子白板，充分表達個人的想法。

網路課程開設後，每一期課程只開立中高年級各一個班學習，到最近一期網路學生暴增，教學團隊教師已不敷使用，必須輪班分配在星期一到星期五的中午時間或星期日上課，足見我們的努力已深受家長與學生的好評。

四、創新數學推理遊戲，分享教學經驗



近兩年來樂活數學 HAPPY GO 團隊在國小數學課程的開發與研究已頗受高雄市教師的肯定，除了由高雄市國教輔導團數學領域引介擔任國小教師數學研習講座外，更在 2009 年十一月、2010 年三月由高雄市教育局長領軍，二度遠赴離島—馬祖進行融入資訊教學分享與教學觀摩，參與協辦研習的連江縣中正

國中小與連江縣介壽國中小教師深感獲益匪淺，介壽國中小六年級教師在書面回饋上表示肯定與認同樂活數學 HAPPY GO 團隊的教學理念，對於遊戲教學與創意技巧融入數學課程，經研習上課後體認到對自己的教學很有助益，表示願意嘗試改變自己的教法將新創意與新技能帶進自己的班級教學。我們知道團隊的集體

創意與用心已散播到台灣離島各角落了。

五、探索生活數學的奧妙，統整完成專題導向研究

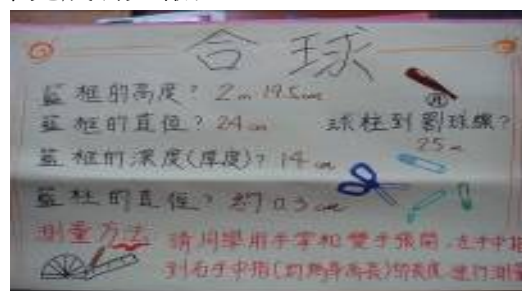
合球是什麼？比賽規則是什麼？球面和點之間有什麼關係？高雄市新光碼頭又名為海洋之星或 21 號碼頭，著名的地標是以六個紅色貨櫃組成的裝置藝術，貨櫃的長、寬、高各是多少？從實物中可以看見哪些幾何原理？能用哪些積木組成相似裝置藝術的模型？積木圖形是原貨櫃的縮小比例嗎？



2009 年高雄市主辦世界運動會，其中有幾項運動非學生所熟悉或曾見過，而樂活數學 HAPPY GO 團隊卻驚喜發現世運會比賽有幾個主題隱藏著數學的祕密；又發現到在地特色資源也隱藏著生活數學的奧妙，作為課程融入正可以讓孩子進行數學的體驗探索，於是在 2009 年產出「高雄水上觀光航線的探索」、「揭開 2009 世運合球的面紗」、「用數學探照燈看貨櫃藝術」等三個專題導向課程，將合球運動項目融入數學課程設計，以學生的數學學科能力為基礎，師生共同探索生活周遭事物，搜尋合球、貨櫃與數學的關聯性，從「做中學」的過程中，漸進擴充個人數學知識能力，將學生的學習、推理、創造力、問題解決與執行決策的能力整合，與同儕合作、溝通與分享來完成研究報告。



實際測量球籃的直徑



記錄測量結果



組裝及探索合球結構



繪製罰球區，形狀數學味十足

經歷了團隊組織成長與榮耀的分享，我們在意的是孩子能否從遊戲歡樂中真正學到數學概念與原理？在網路課程與 e 化教材，是否能真正達到學習個別化？

樂活數學 HAPPY GO 團隊用心以鷹架式課程教學，能否讓博愛的孩子透過體驗與操作學習，慢慢建構出數學能力與熱愛探究數學的習慣，我們一直在摸索，不斷的再改變，我們不因這些榮耀的光輝遮住永續經營的心而感到驕傲，我們虛心的持續改變再改變，我們穩定中慢慢的踏穩腳步，成長再成長。

肆、自我肯定與支持鼓勵的班級經營策略

數學能力的養成是一個很複雜的過程，常因人而異，在數學學習的過程中，教師對學童的愛與關懷是幫助學生渡過難關最重要的助力。當學習新的數學概念、新的演算規則都須藉由舊經驗來統合成新的直覺或邏輯經驗，通常造成部份學生學習的困難。唯有仰賴教師敏銳的觀察與分析，貼心地協助學生，結合其舊有的經驗往前到新的經驗。老師的關懷，能讓學生對新的問題抱持著好奇心及擁有努力尋求問題解答之意志力。學生具備這樣的學習態度，絕對是正向的、積極而正面的發展。

一個良好的班級經營，除了可以增進教師教學效能外，也可以提昇學生學習的成效，更可以促進良好的班級互動。樂活數學 HAPPY GO 團隊每位成員對於班級經營也秉持尊重、適性、接納每一位學生的特質，期望他們不僅能在開放、溫馨的學習環境提升數學學科能力，也期盼他們主動學習，將探究精神延伸到每一個學習領域，成為知識小達人。

樂活數學 HAPPY GO 團隊為提升學生正向態度及自信心，在班級經營策略常採用如下：

一、營造溫馨安全的信任氛圍，尊重每一個人的想法

樂活數學 HAPPY GO 團隊成員在自己的教室精心佈置學習情境外，我們特意營造溫馨、快樂並能彼此信賴說法的安全討論環境，我們容許每一個孩子有不同的想法與不同的發現，他可以無限的聯想問題與數學的關係，他也可以使用各種資源來探索數字密碼，驗證自己的想法，再透過溝通、討論的互動關係，辨證自己的想法、作法對不對？這間教室沒有絕對的單一答案，只有不斷的激發聯想與鼓勵再鼓勵的聲音訊息。老師支持學生一切的想法，讓所有學生對班級產生歸屬感，對數學的學習肯定自我的進程與發展，培養出熱愛數學的討論習慣，潛移默化下對數學有主動參與討論及提高學習動機的氛圍。我們來看看三年級小朋友對數學課的感覺與描述：

三年級皓中：數學有時候像厲害的魔法師，因為數學是無限的。數學有時候像恐怖的惡魔，因為沒寫完就會被追殺。可是我在博愛的數學課永遠不會被追殺。

三年級曾郁翔：數學像一把劍，只要你不動的就要逼你逼到懂，我三年級時

有好多不懂的題目，但老師利用好多的教具把我教懂，我也說了好多數學怎麼解給同學聽的，考試出來的成績就好多了。

二、紙筆測驗不是唯一的測驗，互助合作也是一種測驗

紙筆考試容易挫折低成就學生，使其失去對數學的學習信心，透過專題式學習活動，同儕間互助合作，一起產出作品，過程中同儕各盡其力，最終成果一起分享，學生在合作中體會互助的重要，合力完成事情的成就感，增加對數學學習的熱忱。

樂活數學HAPPY GO團隊體會到『數學遊戲』教學模式的評量是不斷的兼顧過程與結果；跨情境的兼顧認知、情意、技能領域；評量的質量並重，鼓勵學生自評、同儕互評；同時深具教育意義，作為補救教學與個別輔導的依據，激發學生的學習動機，教師改進教學的回饋。

三年級魏文楷：我覺得數學是一把槍，因為它只要一發射出子彈，我會著迷在數學上，可是我只喜歡遊戲的數學，而不喜歡有考題的數學！

五年級學生陳炳瑩：專題研究課程可以讓我們喜歡數學，因為這個就是教我們數學的遊戲，還可以讓我們知道原來數學也可以這樣玩，竟然能玩出數學的秘密，原來裡面含有這麼多的數學道理，假如數學都沒有考試，假如數學都採用研究報告方式，那我會太愛它了！

三、尊重個別差異，給予不同的評量方式

不論是網路數學課程或數學創意遊戲推理活動，都要注重個別差異、容許學生不同的學習速度，以接納的態度面對學生的錯誤，給孩子充分的時間思考，全心傾聽她們的說法與想法，讓學生勇於面對數學問題、解決數學問題。

針對少數低成就學生給於不同的作業要求，教師批改作業的標準要「因人而異」，低成就學生若能將作業完成，就要給予大大的鼓勵，不必樣樣都要和其他人一樣。透過小組互評機制，小組間合作學習，透過同儕互評，同學間也會給予他人讚美與回饋，勝過紙筆測驗呈現的分數挫折。

六年級柯淦甄：我好喜歡上博愛的數學課程，好有趣喔！非常感謝和藹可親的王老師不厭其煩的教導我們，我們做錯了、算錯了，這裡的老師都不會催促的趕著我們『快！快！快！趕快把答案訂正出來。』她會讓我慢慢發現數學媚人的吸引力，這才是我想要上的數學課！假如我的老師能換人，那該多好！

四年級毛子豪：我一開始想半途而廢，因為禮拜六是呼呼大睡時間，可是上完之後，覺得很有趣，還可以跟別人討論，以後還有這種課程的話，一定會去上，

而且不會有想半途而廢的想法。

四、觀摩他人作品與想法，刺激自我進步

透過發表或是張貼作品於班級佈告欄上，同儕間可以相互觀摩優秀點子與想法，從互動討論中來刺激個人思考，讓學生學習以不同的角度來看數學問題，體驗到數學的解題策略是多元的，沒有單一的絕對解法。

六年級康峻銘：我覺得數學課其實很好玩又很有趣，可以讓我學到很多知識，有時候我很多地方都不會我就請別人教我，我聽她怎麼說，再看看別人怎麼做，我心裡就會出現答案了。



五、建立良好的數學遊戲教學上課常規

培養學生自動、自發、自愛，自費印製「數學小達人」貼紙，運用優缺點記點方式及蓋優等章集點方法，結算獎勵，進而帶動學生榮譽感，提升學習動力。

六、運用小組教學、推行小老師制



教學過程中團隊老師發現，讓先完成工作目標的兒童去教導其他學生，對於程度較好的兒童提供誘因，同時在教的過程中讓學生更能參與活動，加強同儕合作學習，可避免學生因學習產生無助感或焦慮，提升同儕互助觀念。

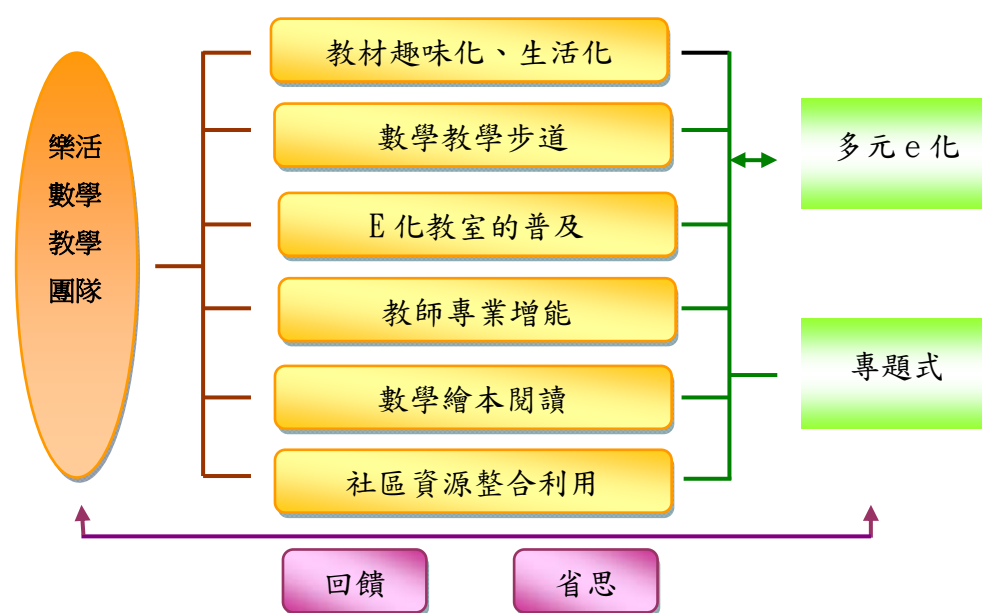
六年級施為珊對於自己擔任數學小老師有很多的想法：其實我原來並不是那麼喜歡研究數學，但是對於老師每個月都排有數學小老師輪值表後，我會比其他同學都提早預習老師的課程，也會提醒自己要更專心聽講，這樣我才可以教其他同學，現在的我更會用讀心術來了解同學為什麼會在這個地方不會，我會用他懂的東西來教他，看見他學會了，我也跟著快樂，我才是超級數學小達人哪！

七、建立親師良好溝通管道與親師合作

善用各種溝通管道（班親會、聯絡簿、電話、電子郵件等）加強親師互動，一起幫助孩子進步成長，對於學生的學習將有莫大的助益。學習過程中，若需家長支援，請大力支持。

伍、要怎麼收穫先那麼栽

樂活數學 HAPPY GO 團隊以學生學習為中心、學校發展優勢與教師教學專業經營為依歸，設計相關系列課程與網路數位學習平台，期望將 e 化學習教材與遊戲式教具融入學生的學習經驗中，營造歡樂、溫馨、尊重與適性的數學教室，每一個孩子都有他的創意思維與創新玩法，能主動歸納、推理抽象性知識，擴充與豐富其生活經驗。在學科的多元評量上能肯定其習得的能力與成功的自信，再逐步探究更深、更廣的專題研究。從開放、統整與人際關係的溝通與互動下，引導學生展現其學習潛能與認知，探索生活數學的樂趣。本方案之教學經營發展如下圖：



樂活數學 HAPPY GO 團隊教學經營發展階段圖

一、以數學推理、教具操作為主軸，孩子驚喜發現數學的原理

九年一貫課程精神以「開放」、「一貫」與「統整」三大走向來詮釋教育改革的決心，在七大學習領域之數學領域，強調數學知識的認知，首重兒童可觀察事物現象，以及可重複操作的物件處理中，逐漸累積操作經驗，從屢試不爽的觀察與操作經驗中，察覺事物之間的關係性，隨著解題經驗的增加，邏輯數學知識亦隨之成長。而活化兒童的邏輯數學知識卻是數學學習的根本要務，教學者讓兒童從可觀察的現象作推理，而非只灌輸數學的事實或名詞，徒以公式背誦或名詞轉換取替推理思考。

檢視本校的學習環境與教師教學發展優勢，最適合以數學為主軸，作為本校特色課程發展。一方面能將資訊融入數學作教學、數學步道、數位教材規畫、研發及推廣運用等基礎上，繼續做持續性的發展；另一方面可幫助家長澄清對當前

所推展的國小數學新課程與教學的認識不足，誤認為數學就是要精算與熟練學習就好，卻忽視學生的操作探索、察覺、歸納、分析、整理及自發性的主動探究精神。

樂活數學 HAPPY GO 團隊為突破瓦解這些迷思，遂以數學遊戲化、生活化作為研發課程設計的核心，希望能去除學生對數學的恐懼與排斥性；從環境的佈置、社區資源與空間的藝術規劃，將數學融入其情境，培養學生對生活週遭有察覺的敏銳感，知道數學與生活的相關不可分離性。所以本團隊依據學習階段的不同，規畫了二十項課程內容，如下表說明：

博愛國小數學創意推理活動設計

項次	學習階段	課程名稱	數學能力五大類分類
1	一、二年級	百變金塔初探	連結
2	一、二年級	名字多少錢	數學
3	一、二年級	縫線幾何造型	幾何
4	一、二年級	孔明棋	連結
5	三、四年級	百變金塔	連結
6	三、四年級	易位棋探索	連結
7	三、四年級	鑲嵌圖形大考驗	連結
8	三、四年級	數字魔術卡	連結
9	三、四年級	一分鐘量感	數量
10	三、四年級	名字多少錢	數量
11	三、四年級	螞蟻搬東西	數量
12	三、四年級	五連塊	連結
13	三、四年級	縫線幾何造型	幾何
14	五、六年級	空間大師	連結
15	五、六年級	河內塔探索	連結
16	五、六年級	多面體	幾何
17	五、六年級	豆豆圓舞曲	連結
18	五、六年級	正方體展開圖	幾何
19	五、六年級	頂點珠和造型棒共舞	幾何
20	五、六年級	體積量感大考驗	數量

團隊在教學歷程中有新的驚喜與發現，以「百變金塔探索－數學表徵之學習與運用」的教學實境紀錄作說明：



【情境】百變金塔是孩子愛不釋手的玩具，看！孩子們進行造型堆疊，笑容

滿面，創意無窮。

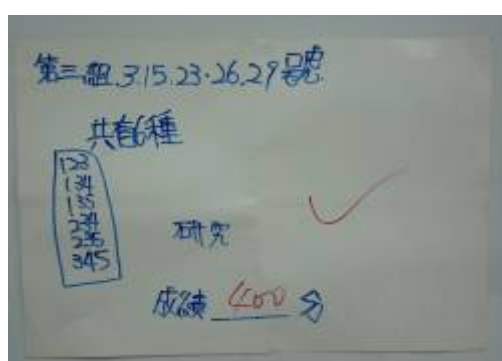
【問題】百變金塔只能當玩具把玩嗎？如何賦予百變金塔數學學習內涵？

【行動1】讓學生選擇兩個或三個物件進行堆疊，並以數字將圖像記錄下來。於是，著手設計數學PBL/專題式學習《百變金塔探索－數學表徵之學習與運用》。

【行動2】引導學生探討兩個不同的百變金塔物件有幾種堆疊方式，並學習用數字將圖像記錄下來。首先，將物件從小到大編上號碼：白色1號、綠色2號、黃色3號、藍色4號、紅色5號；然後，將物件由上而下紀錄，並記錄物件的橫或豎，例如： $(3 |, 2-)$ 、 $(2-, 3-)$ ，學生很容易就找出10種以上的堆疊方式，並運用數字將圖像記錄下來。

【問題】三個不同的百變金塔物件堆疊方式超過30種，如何引導學生有系統的將所有堆疊方式記錄下來。

【行動1】引導學生透過討論找出三個不同的百變金塔物件，最多有7種基本組合方式。例：第三組找出6種組合方式，經過討論發現少了 $(2, 4, 5)$ 。

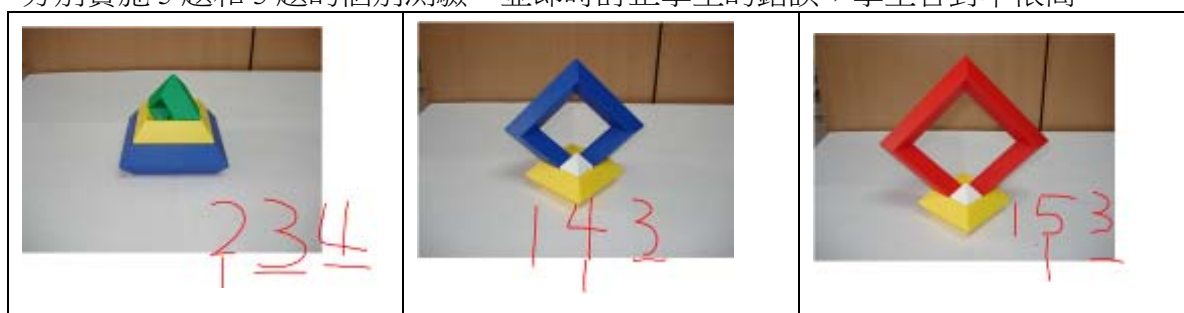


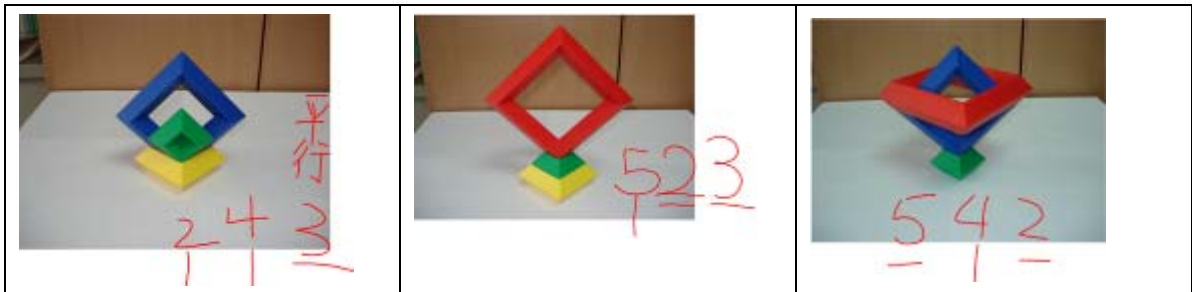
【行動2】以 $(2, 3, 5)$ 為例，引導學生找出所有的堆疊方式，並記錄下來。

物件 編號	位置 上下橫豎		
	上	中	下
2,3,5	x	x	x
2,5,3	2- 2 , 5 平行 2 , 5 垂直	5	3- 3- 3-
3,2,5	x	x	x
3,5,2	3-	5	2-
5,2,3	5	2-	3-
5,3,2	5	3-	2-

【問題】如何檢測學生都學會「用數字表徵堆疊的圖像」？

【行動】首先，將所有三個不同物件的堆疊方式全部拍照下來；其次，透過電子白板讓學生輪流上台使用數字將圖像記錄下來，並一一即時訂正；然後，分兩次分別實施5題和3題的個別測驗，並即時訂正學生的錯誤；學生答對率很高。





學生的話：

- ◎百變金塔可以變出很多創意造型超好玩。
- ◎百變金塔好好玩，但是研究有點無聊。
- ◎我覺得用數字來紀錄百變金塔很簡單，但是要找出所有的答案比較難。
- ◎我的紀錄方法是從小的號碼先記，這樣就比較不會重複。
- ◎我本來覺得百變金塔是玩具，找規律以後，覺得百變金塔變成數學玩具了。

老師的話：

- ◎引導四年級小朋友做紀錄不是一件容易的事，卻是一件值得嘗試的事！
- ◎本活動以百變金塔為媒介，從「玩」入手，然後引導孩子學習使用合適的「數學表徵」將研究結果記錄下來，經過此一主題探索，以個別學習成效而言，每個孩子都學會用數字記錄圖像；以合作學習成效而言，孩子學到如何探索、紀錄與整理資料。

二、以個別化學習為考量，推廣網路數位課程學習

樂活數學 HAPPY GO 團隊知曉教材 e 化後能帶給孩子個別化與適性化的功能，於是善用電腦與網路的特性，在數學遊戲探索過程中展現教師資訊專長與課程設計，依學習需要適時佐以科技融入產出 e 化教材，來提升孩子的學習興趣，活潑了教學方式來改善傳統教師傳授模式。

學生網路學習課程規畫 (一)		
課程性質	中年級學習主題	高年級學習主題
益智	數字魔術卡	撲克牌魔術
平面圖形	七巧板	五連塊
推理	易位棋	河內塔
量感	長度	容量
立體圖形	百變金塔	空間大師
學生網路學習課程規畫 (二)		
課程性質	中年級學習主題	高年級學習主題
益智	孔明棋 21-30	豆豆圓舞曲 (小狗找規律)
平面圖形	對稱圖(剪紙, 電腦繪圖)	橢圓 (實體繪圖, 網路繪圖)
推理	填數字遊戲	代數 (代數撲克牌、等量公理)
量感	面積 (1 平方公尺-9 平方公尺) 用繩子或直尺圍出來	體積 (1 立方公尺-8 立方公尺) 用繩子或直尺圍出來
立體圖形	堆積木(實作, 網路)	透視圖、展開圖(實作, 網路)
學生網路學習課程規畫 (三)		
課程性質	中年級學習主題	高年級學習主題
益智	密碼信、配對遊戲	搶 30、停車場風雲
平面圖形	縫線遊戲、鑲嵌圖形	全等圖形 (剪紙、電腦繪圖)
推理	數獨、塞車時間	分酒、數字棋
量感數感	時間量感、整數量感	章魚國算術
立體圖形	珠珠相連之金字塔	頂點珠與造型棒共舞
學生網路學習課程規畫 (四)		
課程性質	中年級學習主題	高年級學習主題
益智	紅磚疊疊樂	一筆畫遊戲
平面圖形	周長與面積探索	三角形邊長變化之探索
推理	正方形計數	三角形計數
量感數感	倍數與大數之體驗	雙頭怪數尋奇
立體圖形	六子連方製作	紐澤西護欄製作
進階班課程規畫		
課程性質	中年級學習主題	高年級學習主題
平面圖形	周長與面積探索	三角形邊長變化之探索
推理	正方形計數	三角形計數
量感數感	倍數與大數之體驗	雙頭怪數尋奇

下表為學生在網路數學遊戲課程後的學習心得：

請問編號 28 的花盆上是什麼東西？	累積時間 11 秒	學生遊戲後的發現與解題策略
--------------------	-----------	---------------

	(網路課程學員郭怡彤) 雖然我的成績不理想，但是我已經發現規律了，所以如果再玩一次，我一定會再進步!我的算法:(舉例):(0)空無一物(1)藍花 (2)元寶(3)空無一物(4)藍花...(以此類推)，請問第 312 個花盆中有什麼?答:312÷3=104..... 0 所以答案是(0)空無一物
教材名稱：小狗找規律 學習內容：探討方陣排列組合的規律性	

三、以繪本讀導為策略，增強生活數學探究的動機

為了要培養孩子對於生活數學探究的樂趣，提高學習動機，於是團隊設計以小朋友最喜歡閱讀的繪本圖書，導入數學概念與體驗活動，增強孩子對數學的敏感度，提高學習興趣的誘因，進而奠定主動探究數學原理原則的基礎。以下為課程設計簡介：

適用對象：三、四年級學生

教學目標：引導學生進行一分鐘量感大考驗，培養一分鐘量感。

對應能力指標：

3-n-11 能認識時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」及其間的關係，並作時或分同單位時間量的加減計算。

c-s-03 能熟悉解題的各種歷程：觀察、臆測、檢驗、驗證等。

教學流程：

活動一：「等我一分鐘」數學繪本導讀。

活動二：參閱學習單活動，引導學生進行一分鐘量感大考驗。

活動三：運用數位媒材，引導學生進行 15 秒、30 秒和一分鐘的量感大考驗，培養 15 秒、30 秒和一分鐘的量感。



四、以學生自主探究為核心，結合社區資源來獲得成功的數學體驗

專題學習導向讓老師不再是課程的講授者，而是提出任務導向的問題，引導學生和同儕主動探索、推理、討論、發表他們所見到的、聽到的、觀察到的結果，它沒有絕對的標準答案，重點是在過程中如何發現自己的解決之道，了解數學的意涵。

團隊已完成三個專題研究課程，目前仍在進行另外三個課程，而且學生層面推廣至四到六年級的學生，學習者過去是六年級為對象，2010 年開始推廣往下扎根，延伸到四、五、六年級也要展開自主探究的能力展現。下表為目前進行的專題研究課程內容：

期間	專題研究名稱	對象
----	--------	----

2009	高雄水上觀光航線的探索	六年級學生
2009	揭開 2009 世運合球的面紗	六年級學生
2010	用數學探照燈看貨櫃藝術	六年級學生
2010 (進行中)	玩美比例完美的我	六年級學生
2010 (進行中)	就是要平分一等積異形與全等圖形之探討	五年級學生
2010 (進行中)	幾何圖形拼一拼	四年級學生

在「揭開 2009 世運合球的面紗」課程，學生第一組成員表示：原本合球只是一個我們喜愛的運動，沒想到居然可以設計成課程，讓我們了解到原來合球中，蘊含了這麼多的數學知識，經過我們好好的研究後，發現合球是 32 面體，由五邊形和六邊形組成，和足球的結構是相同的，數學真是神奇耶！

在「高雄水上觀光航線的探索」課程，學生表示：當我們走到新光碼頭，映入眼簾的就是高雄著名的貨櫃藝術，連結六個長方體的貨櫃，就能堆疊出極富特色的裝置藝術。這個貨櫃藝術的造型竟和我們最愛玩的「空間大師」極為相似。我們以簡單的積木製作二分之一、二倍、五倍的空間大師物件的模型，動手操作完後，原本對放大、縮小圖觀念懵懂的我們，頓時像打通數學的任督二脈，竟能計算更複雜的體積放大、縮小比率等問題。拿著自己製作的模型，站在巨大的貨櫃藝術下，更加深了我對體積量感的熟悉。雖然只有短暫半日遊的新光碼頭之旅，卻讓我們擴大了許多觀察數學的能力，透過我們的數學觀測鏡，發現數學課堂的植樹問題，就活生生的出現在眼前。這次的學習，令我們嘖嘖稱奇的是原來生活中處處是數學，只要用心觀察與體會，就能發現它的奧秘。

陸、形塑親師生三贏的局面

教學團隊以教師組成協同教學團的方式，共同開發、討論、研創適合的、可行的創意遊戲數學教學策略與活動，並且推廣分享教學心得與策略。重視學生學習的歷程，鼓勵學生發揮想像力、嘗試多角度的問題解決方法。經過這些年的教學下來，家長開始認同孩子的潛力，發覺孩子的進步、思考邏輯推理的能力增長，支持這樣的學習方式，對團隊老師而言是最大的鼓勵與教學的動力。結合教育的鐵三角，形塑親師生三贏的局面

一、數學遊戲「做中學」的專題導向課程設計，符合學生學習經驗，深具推廣價值。

利用學生遊戲學習的經驗法則，進行專題研究課程，教材不但趣味化、生活化，且透過學生的學習，更可將此課程帶入家庭，結合資訊媒體程式設計，不僅可以促進家庭成員親密關係延續，符合社會之終身學習精神，也可讓學生的玩具操作與學習經驗有了新的定義，深具推廣性。

二、從點到線到面，落實校內數學創意推理教學。

樂活數學 HAPPY GO 團隊積極的從點到線到面，落實校內數學創意推理教學，2008 年以前進行數學創意推理教學的只有團隊成員(點)；2008 年下半年拓展

到數學領域教師(線)：2009 年至今則推廣到全校各年級級任教師(面)。

三、小組同儕合作教學，解決個別差異。

任何班級都有學生個別差異的問題，這是教師無法逃避的事實，而如何克服個別差異，為教師教學中最大的挑戰。程度好的學生當然能得心應手，但是程度不好的學生有時就會感到困難、挫折，缺乏成就感，久而久之這些學生可能就比较不願意投入。透過樂活數學 HAPPY GO 團隊的數學遊戲化課程與 E 化網路學習教材，學生學習興致提高，願意分享給家人，小老師的同儕輔導制度，更化簡學習困難的壓力，容易在學習歷程中獲得成功的經驗與成就感。

四、學生學習興趣的提升

教學團隊為確實瞭解學生在學習數學的反應，除了利用數學學習興趣意見調查表之外，針對學生上課的反應也會彈性的運用學生上課興趣觀察表。將資料結果分析、比較，以作為數學遊戲教學活動的修正與檢討。

五、家長肯定教材的設計與學習方式

九年一貫課程改革已十年，但是仍有部分家長難免有誤解、懷疑、不信任，在一綱多本的情況下，又害怕自己的孩子漏學了某部分的教材，或是教材太淺、學生學太少，又怕教材太深、學生有學習挫折，諸如此類的種種疑慮。

經由數學遊戲式教學與數位教材的開發與分享，家長發現孩子漸漸的有自己的一套思考方式，學生知道如何獨立解決問題或尋求支援，也會嘗試從不同的角度試試看，即使無法成功也沒關係，不但發揮個人創意的想法與見解，甚至願意與他人分享說明，孩子學到自信、從挫折中再度爬起，這種明顯的差異有別於過去傳統教學強調紙筆測驗的不同。經過這些年的教學下來，家長開始認同孩子的潛力，發覺孩子的進步、思考邏輯推理的能力增長，支持這樣的學習方式，對團隊老師而言是最大的鼓勵與教學的動力。



柒、省思與建議

一、省思

樂活數學 HAPPY GO 團隊經過多年的努力，與同儕互相分享教學心得、教學觀摩與專業研究，在彼此的激勵與互助下，不僅資訊能力大幅成長，學科的教學專業能力也精進不少。團隊教師善用身邊實物與資源當做教具引導學生學習，見到學生透過數學生活化、趣味化、專題式學習的體驗學習後，能突破舊有的學習習慣甚感欣慰。透過此學習，學生除了在專注力上有所提升，對數學也有正向態度和學習自信心。

雖然數學遊戲能提高學生的學習動機與興趣，但是現有課程教學內容與時數

有限，教師必須具有高度的敏感性，要先熟知課程與教具的運用，才能做適度的融入課程結合教學；有時為了增強學習的動機與熟練度，給予孩子充分的時間思考，得要移撥部分的彈性時間做數學遊戲課程，雖然擠壓了學生其他領域學習的彈性運用，卻充實了課程安排的豐富性，但是也獲得親師生三贏的喜悅。

二、建議

(一) 有意落實數學創意推理教學的教師，可以像我們一樣先成立團隊成員(點)、然後再慢慢拓展到數學領域教師(線)，最後再推廣到全校各年級級任教師(面)。

(二) 可再增加親子共同學習課程，多樣化的學習後較能有聯想性與擴展性。小朋友參予意願高，親子氣氛更和樂，比起紙筆測驗的學習態度是截然不同，臉上是喜悅的、自信的。